

# Тренировочная работа по МАТЕМАТИКЕ

11 класс

21 сентября 2017 года

Вариант МА10109 (без логарифмов)

Выполнена: ФИО \_\_\_\_\_ класс \_\_\_\_\_

## Инструкция по выполнению работы

На выполнение работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут). Работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий.

Часть 1 содержит 8 заданий базового уровня сложности с кратким ответом. Часть 2 содержит 4 задания повышенного уровня сложности с кратким ответом и 7 заданий повышенного и высокого уровней сложности с развёрнутым ответом.

Ответы к заданиям 1–12 записываются в виде целого числа или конечной десятичной дроби.

При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение на отдельном листе бумаги.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются.

Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

***Желаем успеха!***

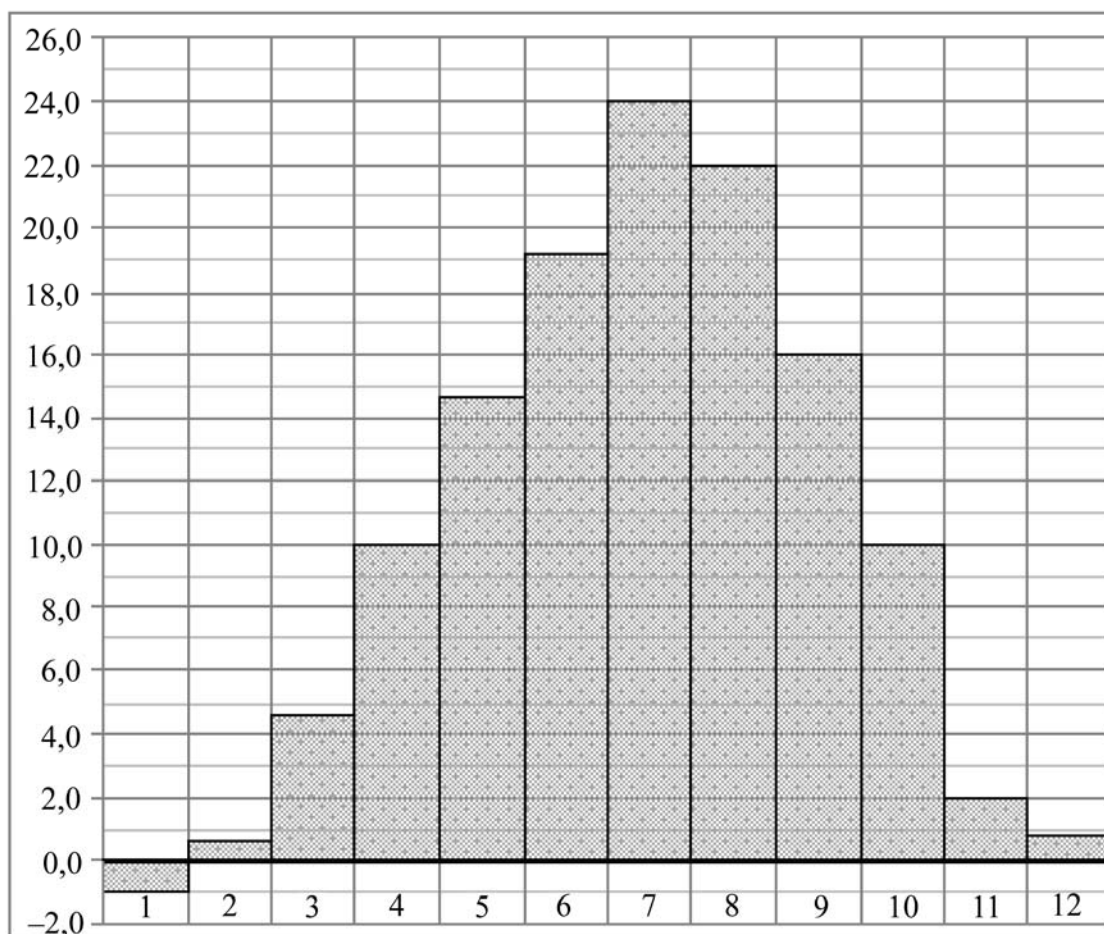
**Часть 1**

*Ответом к каждому из заданий 1–12 является конечная десятичная дробь, целое число или последовательность цифр. Запишите ответы к заданиям в поле ответа в тексте работы.*

- 1** Оптовая цена учебника 100 рублей. Розничная цена на 20 % выше оптовой. Какое наибольшее число таких учебников можно купить по розничной цене на 4000 рублей?

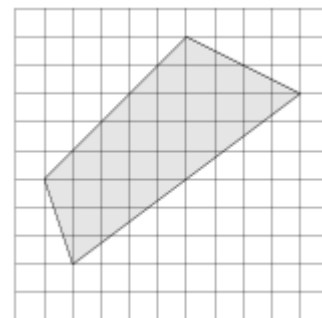
Ответ: \_\_\_\_\_.

- 2** На диаграмме показана среднемесячная температура воздуха в Симферополе за каждый месяц 1988 года. По горизонтали указываются месяцы, по вертикали — температура в градусах Цельсия. Определите по диаграмме, сколько было месяцев в 1988 году, когда среднемесячная температура превышала 12 градусов Цельсия.



Ответ: \_\_\_\_\_.

- 3 На клетчатой бумаге с размером клетки  $1 \times 1$  изображён четырёхугольник. Найдите его площадь. Ответ дайте в квадратных сантиметрах.



Ответ: \_\_\_\_\_.

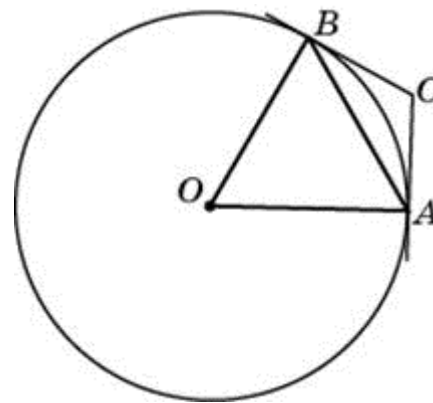
- 4 Из районного центра в деревню ежедневно ходит автобус. Вероятность того, что в понедельник в автобусе окажется меньше 19 пассажиров, равна 0,88. Вероятность того, что окажется меньше 9 пассажиров, равна 0,49. Найдите вероятность того, что число пассажиров будет от 9 до 18.

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 5 Найдите корень уравнения  $\sqrt{\frac{5}{8-4x}} = \frac{1}{12}$ .

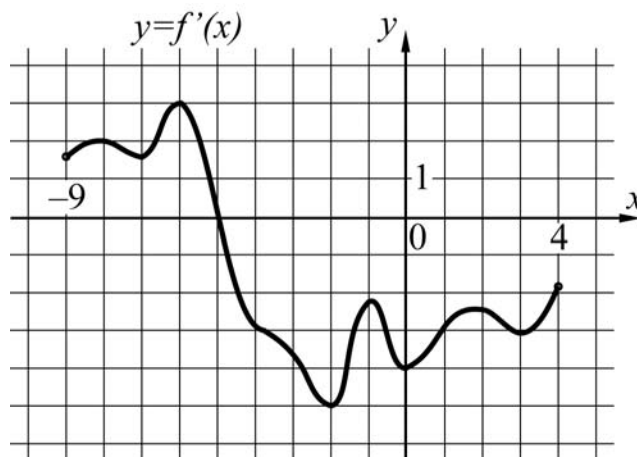
Ответ: \_\_\_\_\_.

- 6 Через концы  $A$  и  $B$  дуги окружности с центром  $O$  проведены касательные  $AC$  и  $BC$ . Меньшая дуга  $AB$  равна  $62^\circ$ . Найдите угол  $ACB$ . Ответ дайте в градусах.



Ответ: \_\_\_\_\_.

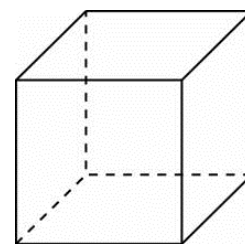
- 7 На рисунке изображён график функции  $y = f'(x)$  — производной функции  $f(x)$ , определённой на интервале  $(-9; 4)$ . Найдите точку экстремума функции  $f(x)$ , принадлежащую отрезку  $[-7; 1]$ .



Ответ: \_\_\_\_\_.

- 8 Объём куба равен 343. Найдите площадь его поверхности.

Ответ: \_\_\_\_\_.



**Часть 2**

**9** Найдите  $9\cos 2\alpha$ , если  $\cos \alpha = \frac{5}{6}$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

**10** К источнику с ЭДС  $\varepsilon = 60$  В и внутренним сопротивлением  $r = 2$  Ом хотят подключить нагрузку с сопротивлением  $R$  Ом. Напряжение на этой нагрузке, выражаемое в вольтах, задаётся формулой  $U = \frac{\varepsilon R}{R+r}$ . При каком сопротивлении нагрузки напряжение на ней будет 50 В? Ответ выразите в омах.

Ответ: \_\_\_\_\_.

**11** Два велосипедиста одновременно отправились в 130-километровый пробег. Первый ехал со скоростью, на 3 км/ч большей, чем скорость второго, и прибыл к финишу на 3 часа раньше второго. Найти скорость велосипедиста, пришедшего к финишу первым. Ответ дайте в км/ч.

Ответ: \_\_\_\_\_.

**12** Найдите точку минимума функции  $y = (x + 12)e^{x-12}$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

*Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте отдельный лист. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.*

13 а) Решите уравнение  $\frac{1}{\sin^2 x} + \frac{3}{\cos\left(\frac{15\pi}{2} + x\right)} = -2$ .

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку  $\left[\frac{5\pi}{2}; 4\pi\right]$ .

14 Квадрат  $ABCD$  и цилиндр расположены таким образом, что  $AB$  — диаметр верхнего основания цилиндра, а  $CD$  лежит в плоскости нижнего основания и касается его окружности.

а) Докажите, что плоскость квадрата наклонена к плоскости основания цилиндра под углом  $60^\circ$ .

б) Найдите длину той части отрезка  $BD$ , которая находится внутри цилиндра, если образующая цилиндра равна  $\sqrt{6}$ .

15 Решите неравенство  $(3^{x+1} + 3^{2-x})x \geq 28x$ .

16 Точка  $I$  — центр окружности  $S_1$ , вписанной в треугольник  $ABC$ , точка  $O$  — центр окружности  $S_2$ , описанной около треугольника  $BIC$ .

а) Докажите, что точка  $O$  лежит на окружности, описанной около треугольника  $ABC$ .

б) Найдите косинус угла  $BAC$ , если радиус описанной окружности треугольника  $ABC$  относится к радиусу окружности  $S_2$  как 3:4.

**17** 15 января планируется взять кредит в банке на 14 месяцев. Условия его возврата таковы:

— 1-го числа каждого месяца долг возрастает на 4 % по сравнению с концом предыдущего месяца;

— со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;

— 15-го числа каждого месяца долг должен быть на одну и ту же сумму меньше долга на 15-е число предыдущего месяца.

Какую сумму следует взять в кредит, чтобы общая сумма выплат после полного погашения равнялась 1,3 млн рублей?

**18** Найдите все значения  $x$ , каждое из которых является решением уравнения

$$\frac{a\sqrt{3}\sin x + (\sqrt{3} - a)\cos x}{6\sin x - \sqrt{3}\cos x} = 1 \text{ при любом значении } a \text{ из отрезка } [-1; 3\sqrt{2}].$$

**19** На доске написали несколько не обязательно различных двузначных натуральных чисел без нулей в десятичной записи. Сумма этих чисел оказалась равной 462. Затем в каждом числе поменяли местами первую и вторую цифры (например, число 17 заменили на число 71).

а) Приведите пример исходных чисел, для которых сумма получившихся чисел ровно в 4 раза больше, чем сумма исходных чисел.

б) Могла ли сумма получившихся чисел быть ровно в 2 раза больше, чем сумма исходных чисел?

в) Найдите наибольшее возможное значение суммы получившихся чисел.

# Тренировочная работа по МАТЕМАТИКЕ

11 класс

21 сентября 2017 года

Вариант МА10110 (без логарифмов)

Выполнена: ФИО \_\_\_\_\_ класс \_\_\_\_\_

## Инструкция по выполнению работы

На выполнение работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут). Работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий.

Часть 1 содержит 8 заданий базового уровня сложности с кратким ответом. Часть 2 содержит 4 задания повышенного уровня сложности с кратким ответом и 7 заданий повышенного и высокого уровней сложности с развёрнутым ответом.

Ответы к заданиям 1–12 записываются в виде целого числа или конечной десятичной дроби.

При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение на отдельном листе бумаги.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются.

Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

***Желаем успеха!***



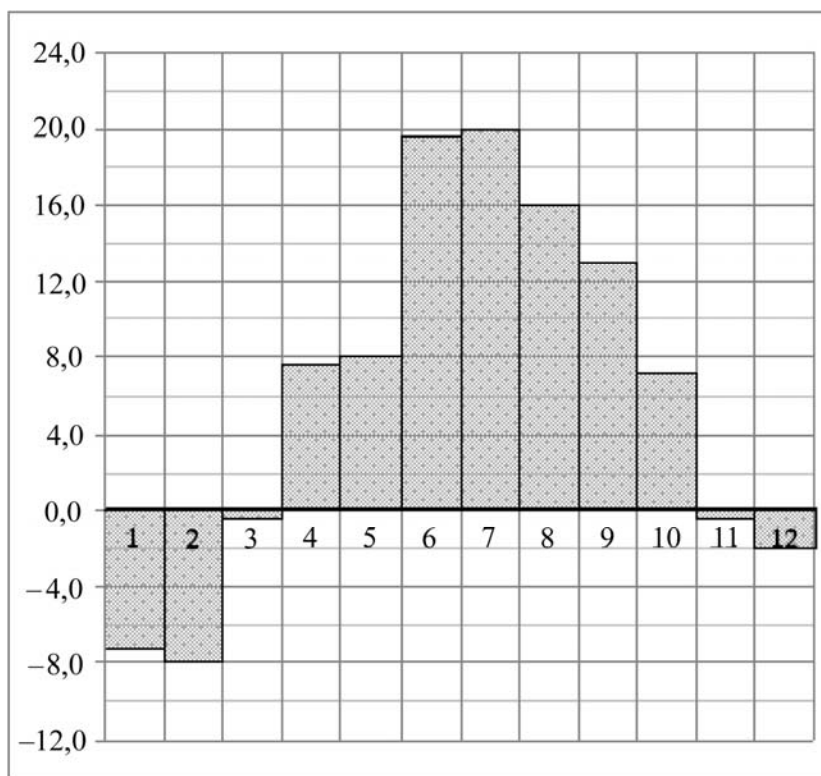
**Часть 1**

**Ответом к каждому из заданий 1–12 является конечная десятичная дробь, целое число или последовательность цифр. Запишите ответы к заданиям в поле ответа в тексте работы.**

- 1** Оптовая цена учебника 170 рублей. Розничная цена на 10 % выше оптовой. Какое наибольшее число таких учебников можно купить по розничной цене на 3200 рублей?

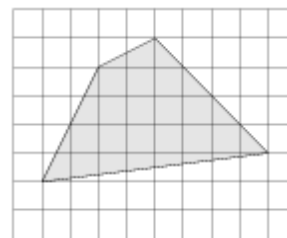
Ответ: \_\_\_\_\_.

- 2** На диаграмме показана среднемесячная температура воздуха в Санкт-Петербурге за каждый месяц 1999 года. По горизонтали указываются месяцы, по вертикали — температура в градусах Цельсия. Определите по диаграмме, сколько было месяцев в 1999 году, когда среднемесячная температура превышала 10 градусов Цельсия.



Ответ: \_\_\_\_\_.

- 3 На клетчатой бумаге с размером клетки  $1 \times 1$  изображён четырёхугольник. Найдите его площадь. Ответ дайте в квадратных сантиметрах.



Ответ: \_\_\_\_\_.

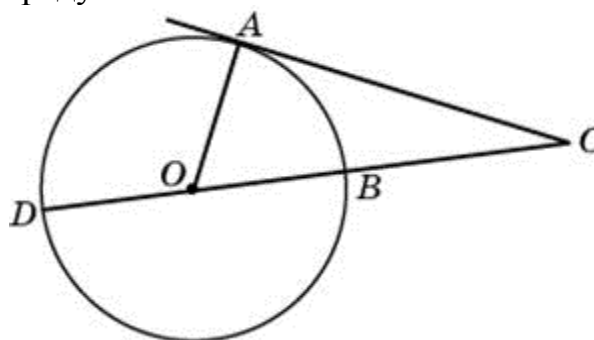
- 4 Из районного центра в деревню ежедневно ходит автобус. Вероятность того, что в понедельник в автобусе окажется меньше 17 пассажиров, равна 0,87. Вероятность того, что окажется меньше 14 пассажиров, равна 0,58. Найдите вероятность того, что число пассажиров будет от 14 до 16.

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 5 Найдите корень уравнения  $\sqrt{\frac{1}{10-3x}} = \frac{1}{4}$ .

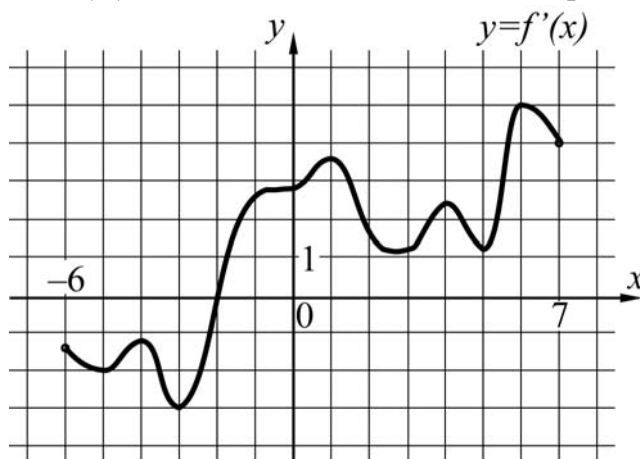
Ответ: \_\_\_\_\_.

- 6 Найдите угол  $ACO$ , если его сторона  $CA$  касается окружности,  $O$  — центр окружности, сторона  $CO$  пересекает окружность в точках  $B$  и  $D$  (см. рисунок), а дуга  $AD$  окружности, заключённая внутри этого угла, равна  $116^\circ$ . Ответ дайте в градусах.



Ответ: \_\_\_\_\_.

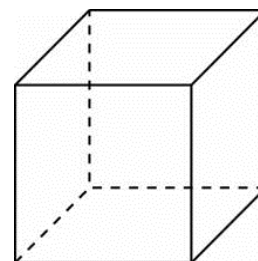
- 7** На рисунке изображён график функции  $y = f'(x)$  — производной функции  $f(x)$ , определённой на интервале  $(-6; 7)$ . Найдите точку экстремума функции  $f(x)$ , принадлежащую отрезку  $[-3; 2]$ .



Ответ: \_\_\_\_\_.

- 8** Объём куба равен 512. Найдите площадь его поверхности.

Ответ: \_\_\_\_\_.



**Часть 2**

**9** Найдите  $8\cos 2\alpha$ , если  $\cos \alpha = \frac{1}{4}$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

**10** К источнику с ЭДС  $\varepsilon = 36$  В и внутренним сопротивлением  $r = 1$  Ом хотят подключить нагрузку с сопротивлением  $R$  Ом. Напряжение на этой нагрузке, выражаемое в вольтах, задаётся формулой  $U = \frac{\varepsilon R}{R + r}$ . При каком сопротивлении нагрузки напряжение на ней будет 30 В? Ответ выразите в омах.

Ответ: \_\_\_\_\_.

**11** Два велосипедиста одновременно отправились в 208-километровый пробег. Первый ехал со скоростью, на 3 км/ч большей, чем скорость второго, и прибыл к финишу на 3 часа раньше второго. Найти скорость велосипедиста, пришедшего к финишу первым. Ответ дайте в км/ч.

Ответ: \_\_\_\_\_.

**12** Найдите точку минимума функции  $y = (x + 22)e^{x-22}$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

*Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте отдельный лист. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.*

13 а) Решите уравнение  $\frac{1}{\cos^2 x} + \frac{1}{\sin\left(\frac{7\pi}{2} - x\right)} = 2$ .

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку  $\left[\frac{17\pi}{2}; 10\pi\right]$ .

14 Квадрат  $ABCD$  и цилиндр расположены таким образом, что  $AB$  — диаметр верхнего основания цилиндра, а  $CD$  лежит в плоскости нижнего основания и касается его окружности.

а) Докажите, что плоскость квадрата наклонена к плоскости основания цилиндра под углом  $60^\circ$ .

б) Найдите длину той части отрезка  $BD$ , которая находится внутри цилиндра, если образующая цилиндра равна  $3\sqrt{2}$ .

15 Решите неравенство  $(2^{x+2} + 2^{3-x})x \geq 33x$ .

16 Точка  $I$  — центр окружности  $S_1$ , вписанной в треугольник  $ABC$ , точка  $O$  — центр окружности  $S_2$ , описанной около треугольника  $BIC$ .

а) Докажите, что точка  $O$  лежит на окружности, описанной около треугольника  $ABC$ .

б) Найдите косинус угла  $BAC$ , если радиус описанной окружности треугольника  $ABC$  относится к радиусу окружности  $S_2$  как 4:5.

**17** 15 января планируется взять кредит в банке на 11 месяцев. Условия его возврата таковы:

— 1-го числа каждого месяца долг возрастает на 3 % по сравнению с концом предыдущего месяца;

— со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;

— 15-го числа каждого месяца долг должен быть на одну и ту же сумму меньше долга на 15-е число предыдущего месяца.

Какую сумму следует взять в кредит, чтобы общая сумма выплат после полного погашения равнялась 0,59 млн рублей?

**18** Найдите все значения  $x$ , каждое из которых является решением уравнения 
$$\frac{5a\sqrt{3}\sin 4x + (\sqrt{3} - 5a)\cos 4x}{6\sin 4x - \sqrt{3}\cos 4x} = 1$$
 при любом значении  $a$  из отрезка  $[-3\sqrt{2}; 1]$ .

**19** На доске написали несколько не обязательно различных двузначных натуральных чисел без нулей в десятичной записи. Сумма этих чисел оказалась равной 429. Затем в каждом числе поменяли местами первую и вторую цифры (например, число 17 заменили на число 71).

а) Приведите пример исходных чисел, для которых сумма получившихся чисел ровно в 4 раза больше, чем сумма исходных чисел.

б) Могла ли сумма получившихся чисел быть ровно в 3 раза больше, чем сумма исходных чисел?

в) Найдите наибольшее возможное значение суммы получившихся чисел.